

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой ВМ и ПИТ

  
Леденева Т.М.

21.04.2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.07 Современные алгоритмы вычислительной математики**

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

01.04.02 Прикладная математика и информатика

**2. Профиль подготовки/специализация:** Математические основы и программирование компьютерной графики, информационные технологии в экономической деятельности, компьютерные технологии в задачах математической физики, оптимизации и управления, математическое и программное обеспечение информационных систем

**3. Квалификация выпускника:** магистр

**4. Форма обучения:** Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра вычислительной математики и прикладных информационных технологий

**6. Составители программы:** Корзунина В.В., к.т.н., доцент

**7. Рекомендована:** научно-методическим советом факультета ПММ 15.04.2022, протокол №8

**8. Учебный год:** 2022-2023      **Семестр:** 1

**9. Цели и задачи учебной дисциплины**

Цель изучения дисциплины «Современные алгоритмы вычислительной математики» – сформировать у обучающихся навыки для разработки и анализа математических моделей и выбора подходящих методов и алгоритмов для решения задач в области профессиональной деятельности.

Задачи курса: изучение современных методов и алгоритмов вычислительной математики; формирование навыков оценки качества и адекватности разрабатываемых моделей в области профессиональной деятельности; освоение основных этапов исследовательской деятельности.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина «Современные алгоритмы вычислительной математики» входит в блок Б1 обязательной части программы магистратуры и изучается в 1 семестре. Изучение данного курса должно

базироваться на знаниях студентами материала дисциплин «Информатика и программирование», «Алгебра», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Численные методы», изучаемых в рамках программы подготовки бакалавра по направлениям физико-математических наук.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.2	Применяет технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента для проведения комплексного исследования научной или технической проблемы	Знать: современные методы и алгоритмы вычислительной математики  Уметь: применять технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента при исследовании научных или технических проблем в области вычислительной математики  Владеть: навыками применения методов и алгоритмов вычислительной математики при проведении научного исследования
		ОПК 3.3	Разрабатывает методы для оценки качества и адекватности математических моделей	Знать: универсальные методы вычислительной математики для решения практических задач, методы оценки качества составленных моделей, их достоинства и недостатки  Уметь: применять на практике методы оценки качества математических моделей, современные методы вычислительной математики, модифицировать их адекватно поставленной цели  Владеть: навыками применения и модификации современных алгоритмов вычислительной математики и алгоритмов оценки адекватности составленных моделей

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час** 4/144

**Форма промежуточной аттестации**(зачет/экзамен) экзамен

**13. Трудоемкость по видам учебной работы**

Вид учебной работы		Трудоемкость			
		Всего	По семестрам		
			1 семестр	2 семестр	...
Контактная работа					
в том числе:	лекции	32	32		
	практические	0	0		
	лабораторные	16	16		
	курсовая работа				
Самостоятельная работа		60	60		

Промежуточная аттестация	36	36		
Итого:	144	144		

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Введение	Цель и задачи изучения современных алгоритмов вычислительной математики	Современные алгоритмы вычислительной математики (магистры)
1.2	Методы линейной алгебры	Общая тактика решений систем линейных алгебраических уравнений. Решение систем линейных алгебраических уравнений большой размерности. Компактные схемы хранения. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений с разреженными матрицами	Современные алгоритмы вычислительной математики (магистры)
1.3	Метод конечных элементов	Функции формы, формирование ансамблей	Современные алгоритмы вычислительной математики (магистры)
1.4	Методы триангуляции	Матрицы смежности, минимизация ширины ленты разрешающей системы уравнений	Современные алгоритмы вычислительной математики (магистры)
1.5	Методы решения краевых задач	Метод конечных элементов для решения эллиптических задач	Современные алгоритмы вычислительной математики (магистры)
<b>2. Лабораторные занятия</b>			
2.1	Методы линейной алгебры	Решение систем линейных алгебраических уравнений большой размерности. Компактные схемы хранения.	Современные алгоритмы вычислительной математики (магистры)
2.2	Метод конечных элементов	Матрицы смежности, минимизация ширины ленты разрешающей системы уравнений	Современные алгоритмы вычислительной математики (магистры)
2.3	Методы триангуляции	Минимизация ширины ленты разрешающей системы уравнений	Современные алгоритмы вычислительной математики (магистры)
2.4	Методы решения краевых	Метод конечных элементов для решения	Современные

	задач	эллиптических задач	алгоритмы вычислительной математики (магистры)
--	-------	---------------------	---

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Введение	2	0	0	2	4
2	Методы линейной алгебры	8	0	4	14	26
3	Метод конечных элементов	8	0	4	14	26
4	Методы триангуляции	6	0	4	15	25
5	Методы решения краевых задач	8	0	4	15	27
	Итого:	32	0	16	60	108

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Количество часов, отведенных для лекционного курса, не позволяет реализовать в лекциях всей учебной программы. Исходя из этого, каждый лектор создает свою тематику лекций, которую в устной или письменной форме представляет студентам при первой встрече. Важно студенту понять, что лекция есть своеобразная творческая форма самостоятельной работы. Надо пытаться стать активным соучастником лекции: думать, сравнивать известное с вновь получаемыми знаниями.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

Работая с литературой по теме занятий, делайте выписки текста, содержащего характеристику или комментарии уже знакомого Вам источника. Умение работать с литературой означает научиться осмысленно пользоваться источниками. Прежде чем приступить к освоению научной литературы, рекомендуется чтение учебников и учебных пособий.

При подготовке к экзамену следует в полной мере использовать лекционный материал и академический курс учебника, рекомендованного преподавателем.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Петров, И. Б. Введение в вычислительную математику : учебное пособие / И. Б. Петров, А. И. Лобанов. — 2-е изд. — Москва : ИНТУИТ, 2016. — 351 с. Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/100737">https://e.lanbook.com/book/100737</a>
2	Блатов, И. А. Вычислительная математика : учебное пособие / И. А. Блатов, О. В. Старожилова. — Самара : ПГУТИ, 2017. — 205 с. Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/182330">https://e.lanbook.com/book/182330</a>
3	Демидович Б. П. Основы вычислительной математики : учеб. пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон. — Москва : Лань, 2011. — 664 с. Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/2025">https://e.lanbook.com/book/2025</a>
4	Амосов А. А. Вычислительные методы / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова. — Москва : Лань, 2014. — 672 с. Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/42190">https://e.lanbook.com/book/42190</a>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Рябенский В. С. Введение в вычислительную математику : учеб. пособие для студ. вузов / В. С. Рябенский. — Москва : Физматлит, 2008. — 284 с.
2	Фаддеев Д. К. Вычислительные методы линейной алгебры : учебник / Д. К. Фаддеев, В. Н. Фаддеева. — Санкт-Петербург : Лань, 2002. — 733 с.
3	Бате К.-Ю. Методы конечных элементов / К.-Ю. Бате. — Москва : Физматлит, 2010. — 1022 с.
4	Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд. — Москва : Мир, 1979. — 392 с.
5	Райс Дж. Матричные вычисления и математическое обеспечение / Дж. Райс. — Москва : Мир, 1984. — 264 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1.	<a href="http://www.lib.vsu.ru">www.lib.vsu.ru</a> — Зональная научная библиотека ВГУ
2.	Котович А. В. Решение задач теплопроводности методом конечных элементов / А. В. Котович, И. В. Станкевич. — Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2010. — 88 с. Режим доступа: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=256805">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=256805</a>
3.	Котович А. В. Решение задач теории упругости методом конечных элементов / А. В. Котович, И. В. Станкевич. — Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2012. — 112 с. Режим доступа: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=257610">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=257610</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Корзунина В. В. Лабораторный практикум по численным методам : учеб. пособие. Ч. 1 : Теория / В. В. Корзунина, Э. А. Шабунина. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011. Режим доступа: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-139.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-139.pdf</a>
2	Корзунина В. В. Лабораторный практикум по численным методам : учеб. пособие. Ч. 2 : Индивидуальные задания / В. В. Корзунина, Э. А. Шабунина. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011. Режим доступа: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-140.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-140.pdf</a>
3	Современные алгоритмы вычислительной математики (магистры) / В. В. Корзунина. — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.moodle.ru">https://edu.moodle.ru</a> .

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации учебной дисциплины используются информационные электронно-образовательные ресурсы [www.liv.vsu.ru](http://www.liv.vsu.ru) и <https://e.lanbook.com>. Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Современные алгоритмы вычислительной математики (магистры)», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедиа оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения). ОС Windows 10, интернет-браузер (Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами (LibreOffice), Microsoft Visual Studio Community Edition (свободное и/или бесплатное ПО).

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Методы линейной алгебры	ОПК-3	ОПК-3.2 ОПК-3.3	Лабораторная работа
2.	Метод конечных элементов	ОПК-3	ОПК-3.2 ОПК-3.3	Лабораторная работа
3	Методы триангуляции	ОПК-3	ОПК-3.2	Лабораторная работа

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
			ОПК-3.3	
4	Методы решения краевых задач	ОПК-3	ОПК-3.2 ОПК-3.3	Лабораторная работа Контрольная работа
Промежуточная аттестация форма контроля - экзамен				Перечень вопросов Практическое задание

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: контрольная работа и лабораторные работы.

#### *Пример варианта контрольной работы*

- Для линейного треугольного элемента с узлами  $i(1,1)$ ,  $j(0,1)$ ,  $k(1,0)$  построить функцию формы  $N_j(x,y)$ .
- Для дифференциальной задачи

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = x^2 - 2, \quad 0 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 1,$$

$$U(0, y) = 2, \quad 0 \leq y \leq 1$$

$$\frac{\partial U}{\partial e}(x, 1) = 0, \quad 0 \leq x \leq 2$$

$$\frac{\partial U}{\partial x}(0, y) + 2U(0, y) = 3, \quad 0 \leq y \leq 1$$

сформулировать вариационную постановку.

- Прямоугольная область регулярным образом разбита на прямоугольники, в которых проведена диагональ «северо-запад – юго-восток». Количество точек на сторонах  $NX$ ,  $NY$ . Определить ширину ленты после перенумерации согласно алгоритму Катхилла-Маки, если перенумерация начинается с «юго-восточного» угла прямоугольной области

#### *Лабораторные работы:*

1. Решение плоской стационарной задачи теплопроводности в прямоугольной области методом конечных элементов. Методом конечных элементов численно реализовать решение уравнения теплопроводности с граничными условиями Дирихле (на границе заданы значения искомой функции). Уравнение решается в прямоугольной области, которая регулярным образом разбивается на прямоугольники с диагоналями «юго-запад – северо-восток». Функции формы в МКЭ берутся линейными, при численном интегрировании используются схема второго порядка точности. Полученное распределение температуры выводит в файл и представляется графически (тональное раскрашивание).

2. Решение плоской стационарной задачи теплопроводности в прямоугольной области методом конечных элементов. Методом конечных элементов численно реализовать решение уравнения теплопроводности с граничными условиями Дирихле (на границе заданы значения искомой функции). Уравнение решается в прямоугольной области, которая регулярным образом разбивается на прямоугольники с диагоналями «северо-запад – юго-восток». Функции формы в

МКЭ берутся линейными, при численном интегрировании используются схема второго порядка точности. Полученное распределение температуры выводится в файл и представляется графически (тональное раскрашивание).

3. Решение плоской нестационарной задачи теплопроводности в прямоугольной области методом конечных элементов. Методом конечных элементов численно реализовать решение уравнения теплопроводности с граничными условиями Дирихле (на границе заданы значения искомой функции). Уравнение решается в прямоугольной области, которая регулярным образом разбивается на прямоугольники с диагоналями «северо-запад – юго-восток». Функции формы в МКЭ берутся линейными, при решении системы обыкновенных дифференциальных уравнений воспользоваться неявным методом Эйлера. Полученное распределение температуры выводится в файл и представляется графически (тональное раскрашивание).

4. Решение плоской нестационарной задачи теплопроводности в прямоугольной области методом конечных элементов. Методом конечных элементов численно реализовать решение уравнения теплопроводности с граничными условиями Дирихле (на границе заданы значения искомой функции). Уравнение решается в прямоугольной области, которая регулярным образом разбивается на прямоугольники с диагоналями «северо-запад – юго-восток». Функции формы в МКЭ берутся линейными, при решении системы обыкновенных дифференциальных уравнений воспользоваться методом Эйлера с усреднением. Полученное распределение температуры выводится в файл и представляется графически (тональное раскрашивание).

5. Решение плоской стационарной задачи теплопроводности в односвязной области произвольной формы. Численно реализовать метод конечных элементов для решения уравнения Пуассона с граничными условиями Дирихле в плоской односвязной области произвольной геометрической формы, триангуляция которой известна. Входными данными считать матрицу смежности рассматриваемой области, координаты узлов, значения температуры в граничных точках. Функции формы считать линейными. Предусмотреть графическое представление данных (тональное раскрашивание области).

6. Решение плоской стационарной задачи теплопроводности в односвязной области произвольной формы. Численно реализовать метод конечных элементов для решения уравнения Пуассона с граничными условиями Дирихле в плоской односвязной области произвольной геометрической формы, триангуляция которой известна. Входными данными считать матрицу смежности рассматриваемой области, координаты узлов, значения температуры в граничных точках. Функции формы считать линейными. Предусмотреть графическое представление данных в виде линий уровня, количество которых задаётся пользователем.

7. Решение линейных систем уравнений с прямоугольными матрицами. Численно реализовать метод решения переопределённых систем уравнений с использованием QR-разложения матриц.

8. Решение линейных систем уравнений с прямоугольными матрицами. Численно реализовать метод решения переопределённых систем уравнений с использованием сингулярного разложения матриц.

9. Определение стационарного 2D-поля температур МКЭ. Численно реализовать МКЭ для определения поля температур в 2D области произвольной геометрической формы. Границы области задаются дискретным набором точек с известными значениями температуры. Триангуляция области строится в зависимости от значения характерной длины звена ломаной, аппроксимирующей границу. Характерная длина задаётся пользователем. Функции формы в МКЭ берутся линейными. Разработать средства визуализации полученного решения.

10. Триангуляция плоской области. Для плоской односвязной области реализовать метод триангуляции «выравнивание - выемка». Граница области задаётся набором точек, расположенных в порядке следования вдоль границы против часовой стрелки. После

первоначального разбиения на треугольные элементы провести итерационную обработку значений координат узлов. Количество итерационных обработок задаётся пользователем. Предусмотреть визуализацию полученного решения.

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: собеседование по экзаменационным билетам

### **Перечень вопросов для промежуточной аттестации:**

1. Функции формы линейных треугольных элементов.
2. L– координаты и их свойства.
3. Треугольные элементы высоких порядков.
4. Таблицы смежности для сеток треугольных элементов.
5. Функции и формы тетраэдральных линейных элементов.
6. Вариационная постановка задач теплопроводности.
7. МКЭ для плоской стационарной задачи теплопроводности.
8. Формирование определяющей системы линейных уравнений МКЭ для задачи двумерной теплопроводности.
9. Учёт граничных условий первого и второго рода в задачах теплопроводности.
10. Метод Халецкого решения систем уравнений с ленточными матрицами.
11. Триангуляция плоских областей методом «выравнивание-выемка».
12. Обратный алгоритм Катхилла – Макки. Выбор первого узла.
13. Технологии сглаживания в МКЭ (на уровне матриц, на уровне решения).
14. Нестационарные задачи теплопроводности, использование неявного метода Эйлера для решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
15. Нестационарные задачи теплопроводности, использование метода Эйлера с усреднением для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
16. Кубическое параметрическое интерполирование кривых. Алгоритм уплотнения и разряжения.
17. Основные положения МКЭ в задачах механики сплошных сред.
18. Решение переопределённых систем линейных уравнений на основе QR-разложения матриц.
19. Решение переопределённых систем линейных уравнений на основе сингулярного разложения матриц.
20. Алгоритм степенного метода решения несимметричной проблемы собственных значений.
21. Алгоритм метода ортогональных итераций решения несимметричной проблемы собственных значений.

### **Инструкция по сдаче экзамена:**

Каждый контрольно-измерительный материал состоит из двух блоков. Первый из них содержит теоретический вопрос из перечня вопросов к промежуточной аттестации №1, второй – практическое задание.

### **Критерии оценивания собеседования по экзаменационным билетам:**

Отлично	отличное владение теорией и решение задач не ниже хорошего уровня; или отличное решение задач и владение теорией не ниже хорошего уровня
Хорошо	владение теорией не ниже хорошего уровня и решение задач не ниже удовлетворительного уровня; или владение теорией не ниже удовлетворительного уровня и решение задач не ниже хорошего уровня
Удовлетворительно	удовлетворительное владение теорией и удовлетворительное решение задач
Неудовлетворительно	неудовлетворительное владение теорией; или неудовлетворительное решение задач